ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

İKİNCİ DERECEDEN EŞİTSİZLİKLER

• **Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler:**

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere

$ax+b < 0$

$ax+b > 0$

$ax+b \leq 0$

$ax+b \geq 0$ şeklindeki eşitsizliklere birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler denir.

1) $3(x-2)-2(x+4) \leq 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$3x-6-2x-8 \leq 5$

$x-14 \leq 5$

$x \leq 19$

Ç.K: $(-\infty, 19]$

2) $4(x-3) > 2(x+3)$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$4x-12 > 2x+6$

$2x > 18$

$x > 9$ Ç.K: $(9, +\infty)$

• **İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler:**

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere

$ax^2+bx+c > 0$

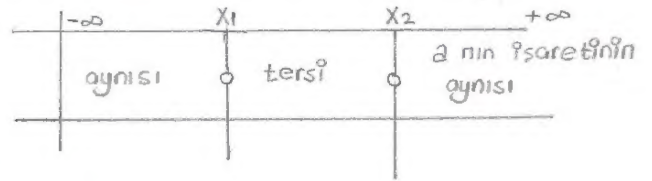
$ax^2+bx+c < 0$

$ax^2+bx+c \geq 0$

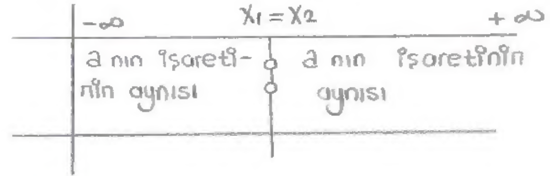
$ax^2+bx+c \leq 0$ şeklindeki ifadelerdir.

$f(x) = ax^2+bx+c$ ifadesinin işaret tablosu $\Delta = b^2-4ac$ ifadesine bağlıdır.

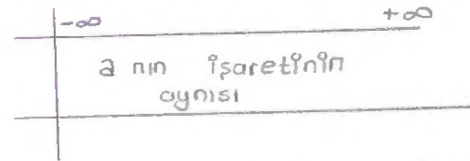
$\Delta > 0$ ise denklemin iki farklı reel kökü vardır. Kökler x_1 ve x_2 olsun ($x_1 < x_2$)



$\Delta = 0$ ise denklemin birbirine eşit iki kökü (çift kat kök) vardır. Çift kat köklerde işaret değişimi olmaz.



$\Delta < 0$ ise denklemin reel kökü yoktur.

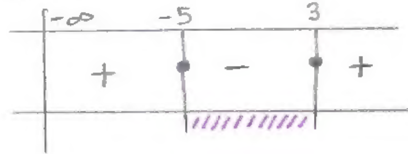


3) $x^2+2x-15 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x^2+2x-15 \leq 0$

$(x+5).(x-3) \leq 0$

$x = -5$
$x = 3$



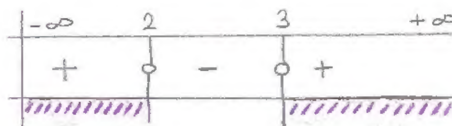
Ç.K: $[-5, 3]$

4) $x^2-5x+6 > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x^2-5x+6 > 0$

$(x-3).(x-2) > 0$

$x=3$ ve $x=2$



Ç.K: $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ ya da $\mathbb{R} - [2, 3]$

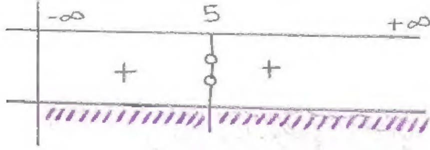
ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

5) $x^2-10x+25>0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$(x-5).(x-5)>0$

$x=5$ (iki tane olduğundan çift kat kök)



Ç.K: $(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$

$\mathbb{R}-\{5\}$

$\mathbb{R}\setminus\{5\}$

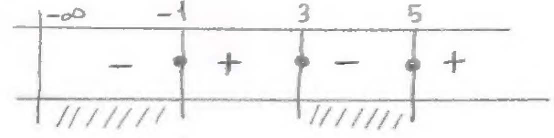
☺ Eğer kök sayısı ikiden fazla ise aşağıdaki yollar izlenmelidir...

- Eşitsizlik sorularında bir taraf genellikle sıfıra eşitlenir.
- Her bir çarpanın varsa kökleri bulunur.
- Kökler tabloda küçükten büyüğe doğru sıralanır.
- Her bir çarpanın en büyük dereceli terimin işaretleri birbiri ile çarpılır ve bulunan işaret en sağdaki bölgeye yazılarak tek kat köke rastlandıkça işaret değiştirilerek, çift kat köke geldikçe işaret değiştirilmeyerek yola devam edilir.
- Eşitsizlik rasyonel ise paydayı sıfır yapan değer asla alınmaz (boş çizilir)
- Mutlak değerli ifadeler varsa onları çift kat kök kabul ederiz.
- Eşitsizliklerde asla sadeleştirme yapılmaz.
- Eşitsizliklerde içler dışlar çarpımı yapılmaz. Her şey bir tarafta toplanır ve diğer taraf sıfır yapılmaya çalışılır.
- Kökleri reel olmayan çarpanların sadece işaretine bakılır.

6) $(x-3).(x^2-4x-5)\leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$(x-3).(x-5).(x+1)\leq 0$

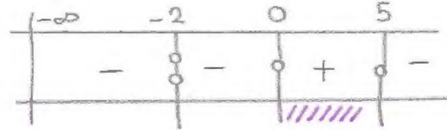
$x=3$
$x=5$
$x=-1$



Ç.K: $(-\infty,-1]\cup[3,5]$

7) $x^3.(-x+5).(x+2)^2>0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

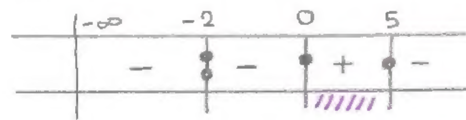
$x=0$ (tek)
$x=5$ (tek)
$x=-2$ (çift)



Ç.K: $(0,5)$

8) $x^3.(-x+5).(x+2)^2\geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

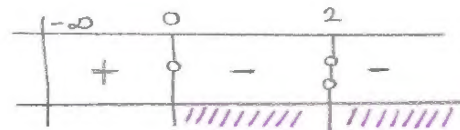
$x=0$ (tek)
$x=5$ (tek)
$x=-2$ (çift)



Ç.K: $[0,5]\cup\{-2\}$

9) $x.(2x-4).(-x+2)<0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x=0$ (tek)
$x=2$ (çift)



Ç.K: $(0,2)\cup(2,+\infty)$

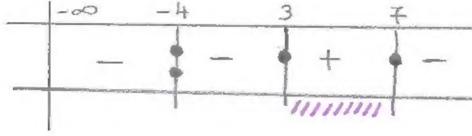
$(0,+\infty)-\{2\}$

www.ozelogrenci.com
ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

10) $(x-3)^5 \cdot (7-x) \cdot (4+x)^2 \geqslant 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

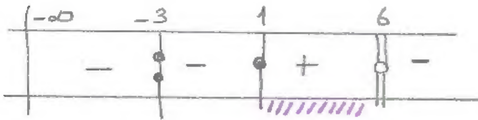
x = 3 (tek)
x = 7 (tek)
x = −4 (çift)



Ç.K: [3,7] ∪ {−4}

11) $\frac{(x^2+6x+9)\cdot(x-1)}{6-x} \geqslant 0$ eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerleri toplamı nedir?

x = −3 (çift)
x = 1 (tek)
x = 6 (hem tek hemde paydayı sıfır yaptığından içi boştur.

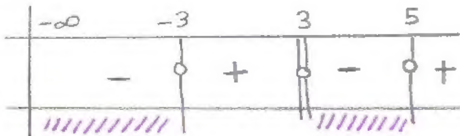


Ç.K: [1,6) ∪ {−3}

1+2+~~3~~+4+5+~~(−3)~~ = 12

12) $\frac{(x^2-9)\cdot(x-5)}{(x-3)^4} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

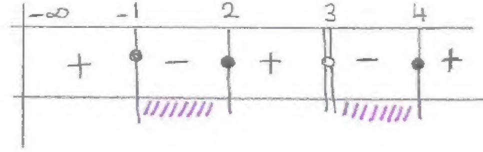
x = 3 (5 adet olduğundan tek ve paydayı sıfır yaptığından içi boştur.
x = −3 (tek)
x = 5 (tek)



Ç.K: (−∞, −3) ∪ (3,5)

13) $\frac{(x-4)\cdot(x^2-x-2)}{x-3} \leqslant 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

x = 4 (tek)
x = 2 (tek)
x = −1 (tek)
x = 3 (paydayı sıfır yaptığı için içi boş olur)

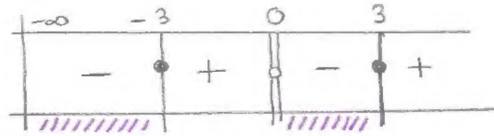


Ç.K: [−1,2] ∪ (3,4]

14) $x \leqslant \frac{9}{x}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x - \frac{9}{x} \leqslant 0 \Rightarrow \frac{x^2-9}{x} \leqslant 0$

x = 3 (tek)
x = −3 (tek)
x = 0 (tek ve içi boş)



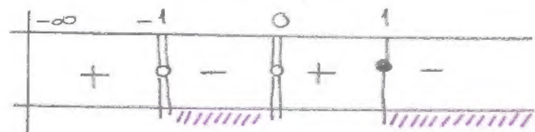
Ç.K: (−∞, −3] ∪ (0,3]

15) $\frac{1}{x} \leqslant \frac{2}{x+1}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} \leqslant 0$
(x+1) (x)

$\frac{x+1-2x}{x\cdot(x+1)} \leqslant 0 \Rightarrow \frac{1-x}{x\cdot(x+1)} \leqslant 0$

x = 1 (tek)
x = 0 (tek ve içi boş)
x = −1 (tek ve içi boş)



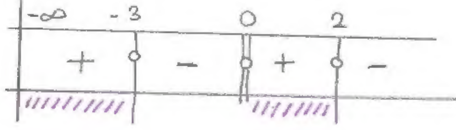
Ç.K: (−1,0) ∪ [1,+∞)

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

16) $\frac{(2-x).(x+3)}{x} > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

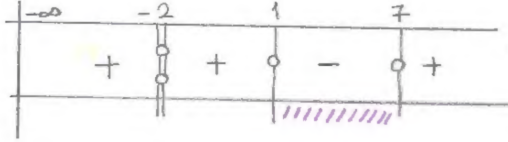
$x=2$ (tek)
$x=-3$ (tek)
$x=0$ (tek ve içi boş)



Ç.K: $(-\infty,-3) \cup (0,2)$

17) $\frac{x^2-8x+7}{(x+2)^2} < 0$ eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı nedir?

$x=7$
$x=1$
$x=-2$ (çift)

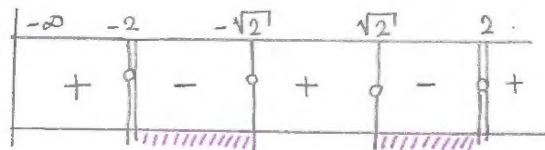


Ç.K: $(1,7)$

$2+3+4+5+6=20$

18) $\frac{(x^2-2).(x^2+4)}{x^2-4} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x=\sqrt{2}$
$x=-\sqrt{2}$
$x=2$
$x=-2$



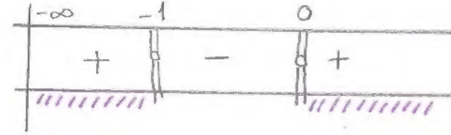
Ç.K: $(-2,-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},2)$

19) $f(x)=\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı nedir?

$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1} \geq 0$
(x+1) (x)

$\frac{x+1-x}{x.(x+1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{x.(x+1)} \geq 0$

$x=0$ (tek ve içi boş)
$x=-1$ (tek ve içi boş)

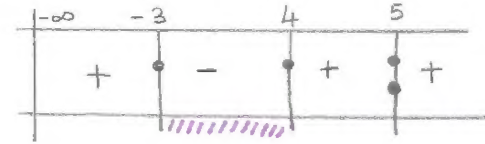


Ç.K: $(-\infty,-1) \cup (0,+\infty)$

ya da $\mathbb{R}-[-1,0]$

20) $|x-5|.(x^2-x-12) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

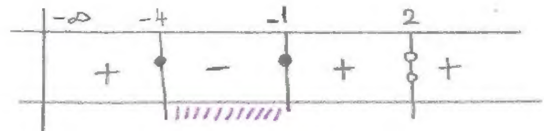
$x=5$ (mutlak değer olduğundan çift kat kök)
$x=4$
$x=-3$



Ç.K: $[-3,4] \cup \{5\}$

21) $\frac{x^2+5x+4}{|x-2|} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x=2$ (çift ama içi boş)
$x=-1$
$x=-4$



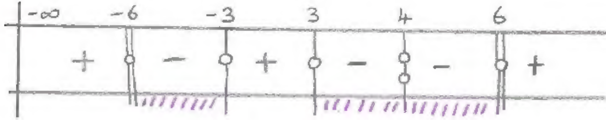
Ç.K: $[-4,-1]$

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

22) $\dfrac{|x-4|\cdot(x^2-9)}{x^2-36} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x=4$ (çift)
$x=3$
$x=-3$
$x=6$
$x=-6$



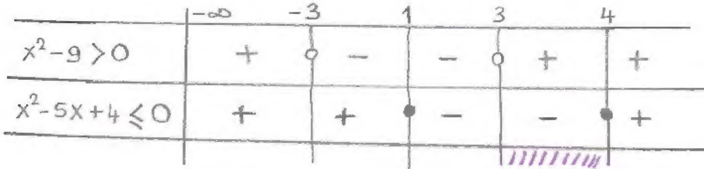
Ç.K: $(-6,-3) \cup (+3,6) - \{4\}$.

• Eşitsizlik sistemi:

Eşitsizliklerin ayrı ayrı çözüm kümeleri bulunur ve bunların kesişimleri alınır.

23) $x^2-9>0$
$x^2-5x+4\leq 0$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi nedir?

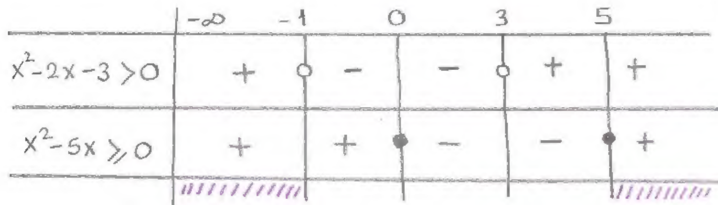
$x^2-9=0 \Rightarrow x=\pm 3$
$x^2-5x+4=0$ ise $x=1$ ya da $x=4$



Ç.K: $(3,4]$

24) $x^2-2x-3>0$
$x^2-5x\geq 0$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi nedir?

$x^2-2x-3=0 \Rightarrow x=3$ ya da $x=-1$
$x^2-5x=0 \Rightarrow x=0$ ya da $x=5$

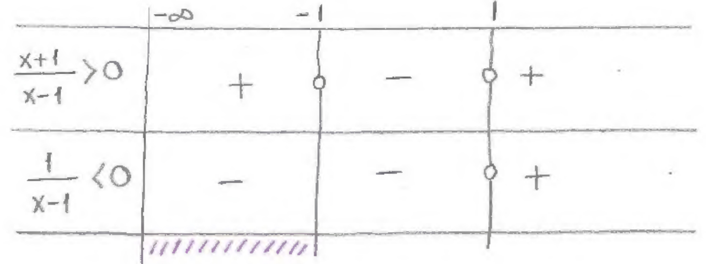


Ç.K: $(-\infty,-1) \cup [5,+\infty)$

25) $\dfrac{x+1}{x-1}>0$
$\dfrac{1}{x-1}<0$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi nedir?

$\dfrac{x+1}{x-1}$ in kökleri $x=-1$ ve $x=1$ dir.

$\dfrac{1}{x-1}$ in kökü $x=1$

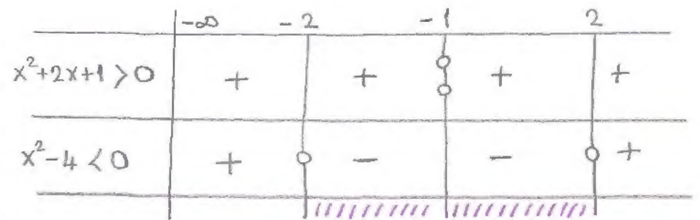


Ç.K: $(-\infty,-1)$
ya da $x<-1$ dir.

26) $x^2+2x+1>0$
$x^2-4<0$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi nedir?

$x^2+2x+1=0 \Rightarrow x=-1$ (çift)

$x^2-4=0 \Rightarrow x=2$ ya da $x=-2$ dir.



Ç.K: $(-2,-1) \cup (-1,2)$

ya da $(-2,2)-\{-1\}$

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com

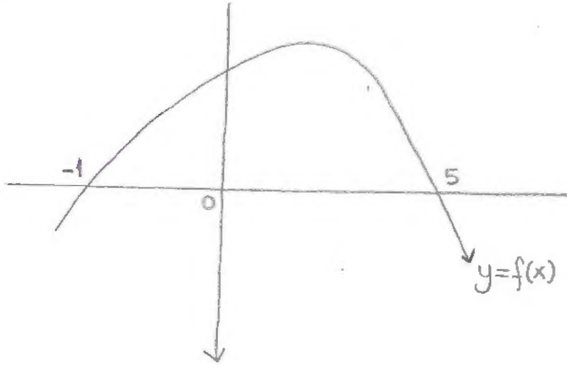
ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

☺ Eğer grafik verilirse:

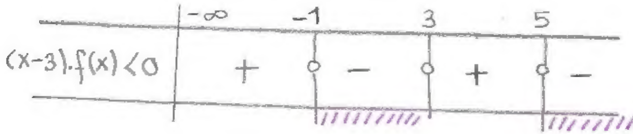
- x eksenini kestiği noktalar tek kat köktür.
- x eksenine teğet olduğu noktalar çift kat köktür.

27)



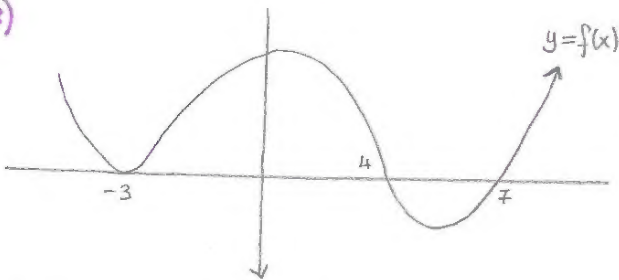
Yukarıda verilen $y=f(x)$ fonksiyonuna göre $(x-3).f(x)<0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x=-1$ (tek)
$x=5$ (tek)
$x=3$ (tek)



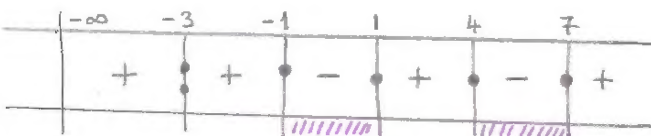
Ç.K: $(-1,3)\cup(5,+\infty)$

28)



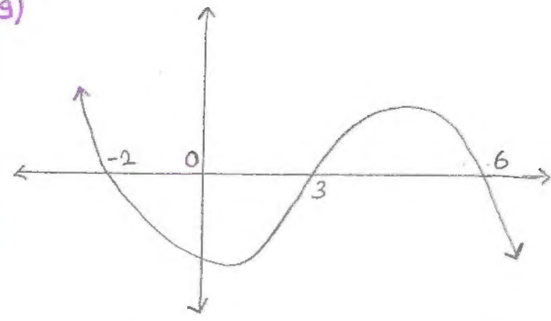
Yukarıda verilen $y=f(x)$ fonksiyonuna göre $f(x).(x^2-1)\leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x=-3$ çift, $x=4$ (tek), $x=7$ (tek), $x=\pm1$



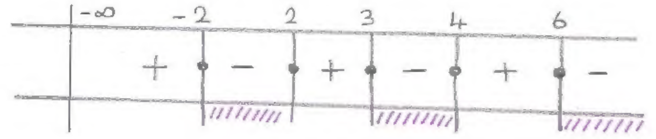
Ç.K: $[-1,1]\cup[4,7]\cup\{-3\}$

29)



$f(x).(x^2-6x+8)\leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$x=-2$ (tek)
$x=3$ (tek)
$x=6$ (tek)
$x=2$ (tek)
$x=4$ (tek)



Ç.K: $[-2,2]\cup[3,4]\cup[6,+\infty)$

- **Eşitsizliğin daima sağlanması:**

$y=f(x)=ax^2+bx+c$ ifadesinin

☺ daima pozitif $(ax^2+bx+c>0)$ olması için

$a>0$
$\Delta<0$

☺ daima negatif $(ax^2+bx+c<0)$ olması için

$a<0$
$\Delta<0$

olmalıdır.

30) x^2+2x+a üç terimlisi x in bütün değerleri için 5 ten büyük olduğuna göre a hangi aralıkta yer almalıdır?

$x^2+2x+a>5$

$x^2+2x+a-5>0$

$\Delta<0$ olmalıdır.

$4-4.1.(a-5)<0$

$4-4a+20<0$

$24<4a$

$6<a$ ya da $(6<a<\infty)$

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

31) $x^2+x+m > x+1$ eşitsizliğinin x ne olursa olsun sağlanması için m ne olmalıdır?

$x^2+x+m > x+1$

$x^2+m-1 > 0$

$\Delta < 0$ olmalıdır.

$0^2-4.1.(m-1) < 0$

$-4m+4 < 0$

$4m > 4$

$m > 1$ ya da $1 < m < \infty$

32) $f(x) = mx-1+\frac{1}{x}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre her $x>0$ için $f(x) \geqslant 0$ özelliğini sağlayan en küçük m değeri nedir?

$mx-1+\frac{1}{x} \geqslant 0$

$\frac{mx^2-x+1}{x} \geqslant 0 \Rightarrow mx^2-x+1 \geqslant 0$

$\Delta \leqslant 0$

$1-4.m.1 \leqslant 0$

$1 \leqslant 4m \Rightarrow m \geqslant \frac{1}{4}$

$m = \frac{1}{4}$ olur.

33) $x^2-(m-6)x+9 > 0$ eşitsizliği $\forall x \in \mathbb{R}$ için doğru olduğuna göre m nin alabileceği tam sayı değerleri toplamı nedir?

$x^2-(m-6)x+9 > 0$

$\Delta < 0$

$(m-6)^2-4.1.9 < 0$

$m^2-12m+36-36 < 0$

$m^2-12m < 0$

$m(m-12) < 0$

$m=0$
$m=12$



$1+2+3+\dots+11 = \frac{11.12}{2} = 66$



$0 < x_1 < x_2$ ise $x_1+x_2 > 0$
$x_1.x_2 > 0$

$x_1 < x_2 < 0$ ise $x_1+x_2 < 0$
$x_1.x_2 > 0$

- $x_1 < 0 < x_2$ iken $x_1.x_2 < 0$ fakat toplamları için net bir şey söylenemez.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| < |x_2|$ ise
$x_1.x_2 < 0$
$x_1+x_2 > 0$

$x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| > |x_2|$ ise
$x_1.x_2 < 0$
$x_1+x_2 < 0$

34) $(p+6).x^2+17.(p+1)x+5.(p-2) = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$

$|x_1| > |x_2|$

olması için p nin alabileceği değerler hangi aralıkta olmalıdır?

$x_1.x_2 < 0$

$x_1+x_2 < 0$

$\frac{5.(p-2)}{p+6} < 0 \Rightarrow p=2$ ya da $p=-6$

$\frac{-17.(p+1)}{p+6} < 0 \Rightarrow p=-1$ ya da $p=-6$.

	$-\infty$ … -6	-6 … -1	-1 … 2	2 …
$\frac{5.(p-2)}{p+6} < 0$	+	−	−	+
$\frac{-17.(p+1)}{p+6} < 0$	−	+	−	−
			//////////	

Ç.K: $(-1, 2)$

ozelogrenci.com
Özel olduğunuzu hissedeceksiniz...

www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com www.ozelogrenci.com